

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴		سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی		ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خردادماه سال ۱۳۸۲	

ردیف	سوالات	نمره
۱	حاصل هر یک از عبارات زیر را به صورت یک بازه نشان داده و جواب را روی محور نمایش دهید. الف) $(-\infty, 3) \cup (-1, 2)$ ب) $(-2, 1) \cap [-1, 2)$	۱
۲	اگر $y = ax^2 + bx + c$ باشد، مقادیر a و b و c را طوری بیابید که: سهمی، محور x ها را در نقطه ای به طول -1 و محور y ها را در نقطه ای به عرض 2 قطع نماید و از نقطه $A(1, 6)$ نیز بگذرد.	۱/۲۵
۳	اگر $f(x) = x^2 + 3$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ باشند، مطلوب است: الف) محاسبه مقدار $(f-2g)(5)$ ب) تعیین ضابطه و دامنه تابع $f \circ g$	۱/۷۵
۴	شکل مقابل نمودار تابع f است. حاصل هر یک از عبارتها را بنویسید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ پ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ت) $f(1)$	۱
۵	حد توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{3x^2 + 13x + 12}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-5x^2}{x^2 - 1}$ پ) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$ ت) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(x-a)}{x^2 - a^2}$ ث) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+3}{x^2 - 5x}$	۴/۵
۶	تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax+2 & , x > 2 \\ 3x & , x = 2 \\ bx-1 & , x < 2 \end{cases}$ داده شده است. عددهای a و b را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$ باشد. ادامه سوالات در صفحه دوم	۱/۵

باسمه تعالی

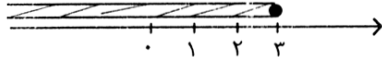
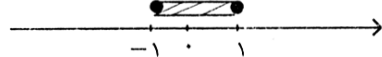
مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴		سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی		ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خردادماه سال ۱۳۸۲	

۱	پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} -x-1 & , x > 1 \\ -2 & , x = 1 \\ 2x^2 - x - 3 & , x < 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی نمایید.	۷
۰/۷۵	طول نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = \frac{3x+2}{x^2+x-2}$ را تعیین کنید.	۸
۲	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست.) الف) $y = \frac{1}{x^2+3x+2}$ (ب) $y = \sqrt{x^2-4x}$ (پ) $y = \sin 3x \cos 2x$ (ت) $y = \tan^2 5x$	۹
۱/۵	تابع $f(x) = x^2 - x + 1$ را در نظر بگیرید: الف) آهنگ متوسط تغییر تابع f را وقتی متغیر از $x_1 = 1$ به $x_2 = 5$ تغییر کند، بدست آورید. ب) آهنگ لحظه ای تغییر این تابع را در نقطه $x = 3$ تعیین کنید.	۱۰
۱/۲۵	ضرایب a و b را چنان بیابید که نقطه $(-3, 1)$ نقطه عطف تابع $y = x^3 + ax^2 + bx$ باشد.	۱۱
۱/۵	نمودار تابع $y = -x^2 + 2x - 3$ را رسم کنید.	۱۲
۱	معادله خط مماس بر منحنی $f(x) = x^2 + 1$ را در نقطه $x = 1$ واقع بر منحنی بنویسید.	۱۳
۲۰	جمع نمرات	« موفق باشید »

باسمه تعالی

رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خردادماه سال ۱۳۸۲

راهنمای تصحیح

ردیف	راه‌نمای تصحیح
۱	<p>الف) $(-\infty, 3]$ (۰/۲۵) </p> <p>ب) $[-1, 1]$ (۰/۲۵) </p>
۲	$(-1, 0) \Rightarrow 0 = a(-1)^r + b(-1) + c \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow a - b + c = 0, (0, 2) \Rightarrow 2 = a(0)^r + b(0) + c \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow$ $c = 2, (1, 6) \Rightarrow 6 = a(1)^r + b(1) + c \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow a + b + c = 6 \Rightarrow \begin{cases} a - b + c = 0 \\ a + b + c = 6 \end{cases} \Rightarrow a = 1 \text{ (۰/۲۵)}, b = 3 \text{ (۰/۲۵)}$
۳	<p>الف) $(f - 2g)(5) = f(5) - 2g(5) \text{ (۰/۲۵)} = 5^r + 3 - 2\sqrt{5-1} \text{ (۰/۲۵)} = 24$</p> <p>ب) $D_f = R, D_g = X - 1 \geq 0 = [1, +\infty) \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow D_{f \circ g} = \{X \in D_g \mid g(X) \in D_f\} \text{ (۰/۲۵)}$ $D_{f \circ g} = \{X \in [1, +\infty) \mid \sqrt{X-1} \in R\} \text{ (۰/۲۵)}$ $= [1, +\infty), (f \circ g)(X) = (\sqrt{X-1})^r + 3 \text{ (۰/۲۵)} = X + 2$</p>
۴	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \text{حد ندارد} \text{ (۰/۲۵)}$، ب) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 1 \text{ (۰/۲۵)}$، پ) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 \text{ (۰/۲۵)}$، ت) $f(1) = 2 \text{ (۰/۲۵)}$</p>
۵	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^r + x - 15}{3x^r + 13x + 12} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(2x-5)(x+3) \text{ (۰/۲۵)}}{(3x+4)(x+3) \text{ (۰/۲۵)}} =$ $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x-5}{3x+4} = \frac{2(-2)-5}{3(-2)+4} \text{ (۰/۲۵)} = \frac{11}{5} \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-5x^r}{x^r - 1} = \frac{-5(1^+)^r}{(1^+)^r - 1} = \frac{-5}{0^+} \text{ (۰/۲۵)} = -\infty \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} \times \frac{\sqrt{x+3} + 2}{\sqrt{x+3} + 2} \right) \text{ (۰/۲۵)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3} + 2} = \frac{1}{\sqrt{1+3} + 2} \text{ (۰/۲۵)} = \frac{1}{4} \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>ت) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(x-a)}{x^r - a^r} = \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin(x-a)}{x-a} \times \frac{1}{x+a} \right) \text{ (۰/۲۵)} = 1 \times \frac{1}{a+a} \text{ (۰/۲۵)} = \frac{1}{2a} \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>ث) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+3}{x^r - 5x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^r} \text{ (۰/۲۵)} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0 \text{ (۰/۲۵)}$</p>
	ادامه در صفحه‌ی دوم

باسمه تعالی

رشته : علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی (۳)
تاریخ امتحان : ۱۳۸۲/۰۳/۰۴	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خردادماه سال ۱۳۸۲

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} ax + 2 = 2a + 2 \Rightarrow 2a + 2 = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} bx - 1 = 2b - 1 \Rightarrow 2b - 1 = -1 \Rightarrow b = 0 \quad (0/25)$	۶
$f(1) = -2(0/25) \cdot \text{Limf}(x) = \text{Lim}(-x-1) = -2(0/25) \cdot \text{Limf}(x) = \text{Lim}(2x^2 - x - 3) = -2(0/25) \Rightarrow$ $\text{Limf}(x) = \text{Limf}(x) = f(1) = -2(0/25)$ <p>تابع ، در نقطه $x = 1$ پیوسته است .</p>	۷
$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ یا } x = 1 \quad (0/25) \Rightarrow$ <p>تابع در نقاط به طول ۱ و ۲ ناپیوسته است . (۰/۲۵)</p>	۸
<p>الف) $y' = \frac{-(2x+3)}{(x^2+3x+2)^2} \quad (0/25)$</p> <p>ب) $y' = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x}} \quad (0/25)$</p> <p>پ) $y' = 3 \cos 3x \cos 2x \quad (0/25) - 2 \sin 2x \sin 3x \quad (0/25)$</p> <p>ت) $y' = 1 \cdot \tan 5x \quad (1 + \tan^2 5x) \quad (0/5)$</p>	۹
$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{(5^2 - 5 + 1) - (1^2 - 1 + 1)}{5 - 1} = \frac{21 - 1}{4} = 5$ <p>(۰/۲۵)</p> $f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x + 1 - (3^2 - 3 + 1)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+2)}{x-3} = 5 \quad (0/25)$ <p>(۰/۲۵)</p> <p>ادامه در صفحه ی سوم</p>	۱۰

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خردادماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی

$(1, -3) \Rightarrow -3 = 1 + a + b \Rightarrow a + b = -4 \quad (I) \quad (0/25)$ $y' = 3x^2 + 2ax + b \quad (0/25) \Rightarrow y = 6x + 2a = 0 \Rightarrow 6(1) + 2a = 0 \Rightarrow a = -3 \quad (0/5)$ $I: -3 + b = -4 \Rightarrow b = -1 \quad (0/25)$	۱۱																		
$D=R \Rightarrow x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty, x=0 \Rightarrow y=-3 \quad (0/25),$ $y = -2x + 2 \Rightarrow -2x + 2 = 0 \Rightarrow x=1, y=-2 \quad (0/25)$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>-۳</td> <td>max</td> <td>-۲</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table> 	x	$-\infty$	۰	۱	۲	$+\infty$	y'	+	+	۰	-	-	y	$-\infty$	-۳	max	-۲	$-\infty$	۱۲
x	$-\infty$	۰	۱	۲	$+\infty$														
y'	+	+	۰	-	-														
y	$-\infty$	-۳	max	-۲	$-\infty$														
$f'(x) = 2x \quad (0/25) \quad \text{در تابع} \quad x=1 \rightarrow y=2 \quad (0/25) \quad \text{در مشتق} \quad m=2 \rightarrow y=m \quad (0/25)$ $y - y_1 = m(x - x_1) \quad y - 2 = 2(x - 1) \quad (0/25)$	۱۳																		
<p>مصححین محترم</p> <p>با عرض سلام و خسته نباشید</p> <p>« لطفا برای روش های حل درست دیگر، بارم را به تناسب تقسیم فرمائید. »</p> <p>با تشکر</p>																			